

Programme interrogations orales n°6

Du 6 au 10 Novembre

Équations différentielles linéaires

Capacités attendues

Équations différentielles linéaires du premier ordre Maîtriser la notion d'équation différentielle linéaire du premier ordre, équation homogène associée.

Savoir résoudre l'équation homogène associée à une équation différentielle linéaire du premier ordre.

Savoir exprimer la forme des solutions comme la somme d'une solution particulière et d'une solution de l'équation homogène.

Savoir déterminer une solution particulière en appliquant le principe de superposition ou la méthode de variation de la constante.

Maîtriser la notion de problème de Cauchy. Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants Maîtriser la notion d'équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants et savoir résoudre l'équation homogène associée (cas réel et complexe).

Savoir exprimer la forme des solutions comme la somme d'une solution particulière et d'une solution de l'équation homogène.

Savoir déterminer une solution particulière lorsque le second membre est de la forme $t \mapsto Ae^{mt}$ avec $(A, m) \in \mathbb{C}^2$, $t \mapsto B \cos(\omega t)$, $t \mapsto B \sin(\omega t)$ avec $(B, \omega) \in \mathbb{R}^2$ et savoir appliquer le principe de superposition.

Maîtriser la notion de problème de Cauchy. Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Questions de cours

- Résolution de l'équation homogène associée à une équation différentielle linéaire du premier ordre (démonstration exigible).
- Déterminer les solutions définies sur $]1, +\infty[$ de $xy' + y = \frac{x^2}{x-1}$.
- Déterminer toutes les fonctions dérivables sur \mathbb{R} telles que $xy' - y = 0$ (exemple de recollement).
- Énoncer le théorème relatif à un problème de Cauchy linéaire d'ordre 1 et justifier que les solutions non nulles d'une équation linéaire d'ordre 1 homogène ne s'annulent pas.
- Énoncer la forme des solutions d'une équation différentielle linéaire du second ordre homogène à coefficients constants (cas complexe et réel).
- Résolution de $y'' + y = 8 \cos x$ (en appliquant le principe de superposition pour déterminer une solution particulière).
- Déterminer les fonctions à valeurs réelles vérifiant $2y'' + 3y' + y = 3e^{-t}$.

Exercices

Les exercices pourront porter sur l'intégralité du chapitre Équations différentielles linéaires.