

# Programme interrogations orales n°1

Du 18 au 22 Septembre

## Fonctions usuelles

### Capacités attendues

**Fonctions logarithmes** Maîtriser la définition de la fonction logarithme népérien et maîtriser ses règles de calculs. Connaître la dérivée, les variations et savoir représenter la fonction logarithme népérien. Maîtriser l'inégalité  $\ln(1+x) \leq x$  sur  $] -1, +\infty[$ . Savoir définir les fonctions logarithme décimal et logarithme de base 2.

**Fonction exponentielle** Maîtriser la définition de la fonction exponentielle et maîtriser ses règles de calculs. Connaître sa dérivée, ses variations et savoir représenter la fonction exponentielle. Maîtriser l'inégalité  $e^x \geq 1+x$  sur  $\mathbb{R}$ .

**Fonctions puissances** Maîtriser la définition des fonctions puissances et maîtriser ses règles de calculs. Savoir dériver les fonctions puissances et savoir représenter les fonctions  $x \mapsto x^a$  pour différentes valeurs de  $a$ .

Maîtriser les résultats de croissances comparées de ces fonctions.

**Fonctions hyperboliques** Maîtriser la définition des fonctions cosinus, sinus et tangente hyperboliques et savoir exprimer leur dérivée. Maîtriser la relation  $\operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x = 1$  qui est la seule exigible. Connaître les variations et savoir représenter ces fonctions. .

**Fonctions circulaires directes** Connaître la définition du cercle trigonométrique et sa paramétrisation par cosinus et sinus. Savoir manipuler la relation de congruence modulo  $2\pi$  sur  $\mathbb{R}$ . Maîtriser les relations  $\cos^2 a + \sin^2 a = 1$  et  $1 + \tan^2 a = \frac{1}{\cos^2 a}$  et connaître les cosinus et sinus des angles usuels. Savoir résoudre des équations ou inéquations simples en s'aidant du cercle trigonométrique. Maîtriser l'inégalité  $|\sin x| \leq |x|$  sur  $\mathbb{R}$  et la limite de référence  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ .

Savoir exprimer le cosinus ou le sinus de  $\pi \pm x$  et  $\frac{\pi}{2} \pm x$  en s'appuyant sur le cercle trigonométrique. Maîtriser les formules d'addition  $\cos(a \pm b)$ ,  $\sin(a \pm b)$  et le cas particulier des formules de duplication  $\cos(2a)$ ,  $\sin(2a)$ . Savoir retrouver rapidement les formules donnant  $\cos(a)\cos(b)$ ,  $\sin(a)\sin(b)$  et  $\cos(a)\sin(b)$ . Connaître la limite usuelle  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x^2}$ .

Savoir exprimer  $\cos \theta$ ,  $\sin \theta$  et  $\tan \theta$  en fonction de  $t = \tan \frac{\theta}{2}$ .

Maîtriser les dérivées des fonctions  $\sin$ ,  $\cos$  et  $\tan$ , leurs variations et savoir en donner une représentation graphique.

**Fonctions circulaires réciproques** Savoir définir les fonctions arccos, arcsin. Connaître le domaine de dérivabilité de ces fonctions et une expression des dérivées. Savoir donner une représentation graphique de ces fonctions. Les étudiants ont vu la relation  $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$  sur  $[-1, 1]$ .

Savoir définir la fonction arctan. Connaître le domaine de dérivabilité de cette fonction et une expression de sa dérivée. Savoir donner une représentation graphique de arctan. Les étudiants ont vu la relation  $\arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$  sur  $\mathbb{R}^{+*}$ .

## Questions de cours

- Donner la définition de fonction puissance  $x \mapsto x^\alpha$  pour  $\alpha$  réel, représenter cette fonction pour différentes valeurs de  $\alpha$  et énoncer les relations exprimant  $(xy)^\alpha$ ,  $x^\alpha x^\beta$ ,  $(x^\alpha)^\beta$  et  $\ln(x^\alpha)$ .
- Énoncer les limites usuelles de croissances comparées et démontrer  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{x} = 1$ .
- Énoncer les formules donnant  $\cos(a+b)$ ,  $\sin(a+b)$ ,  $\tan(a+b)$  et retrouver une expression de  $\sin a \sin b$  comme somme/différence de cos ou sin.
- Donner et démontrer les expressions de  $\cos \theta$ ,  $\sin \theta$  et  $\tan \theta$  en fonction de  $t = \tan \frac{\theta}{2}$ .
- Donner la définition de la fonction arccos et justifier graphiquement le calcul de

$$\arccos \left( \cos \frac{7\pi}{4} \right).$$

- Établir la relation  $\arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$  pour  $x > 0$ .
- (Nombres complexes) Démontrer l'inégalité triangulaire et énoncer le cas d'égalité.

## Exercices

Les exercices pourront porter sur l'intégralité du chapitre Fonctions usuelles.