

CHAPITRE XXVI : GÉNÉRALITÉS SUR LES PROBABILITÉS

Correction

Pour tout entier $i \in \mathbb{N}$, on note A_i l'événement "la porte s'ouvre lors de la $i^{\text{ème}}$ tentative". Si $k \in \llbracket 1, n \rrbracket$, on s'intéresse à l'événement $\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \dots \cap \overline{A_{k-1}} \cap A_k$. Grâce à la formule des probabilités composées, on a

$$\begin{aligned} P(\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \dots \cap \overline{A_{k-1}} \cap A_k) &= P_{\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \dots \cap \overline{A_{k-1}}}(A_k) P_{\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \dots \cap \overline{A_{k-2}}}(\overline{A_{k-1}}) \dots P_{\overline{A_1}}(\overline{A_2}) P(\overline{A_1}) \\ &= \frac{1}{n - (k-1)} \frac{n - (k-2) - 1}{n - (k-2)} \dots \frac{n-2}{n-1} \frac{n-1}{n} \\ &= \frac{1}{\cancel{n-k+1}} \frac{\cancel{n-k+1}}{n-k+2} \dots \frac{n-2}{\cancel{n-1}} \frac{\cancel{n-1}}{n} \\ &= \frac{1}{n}. \end{aligned}$$

On remarque que cette probabilité ne dépend pas de k .