CHAPITRE 0 : RENTRÉE

Correction

• En tant que fonction polynomiale, la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ et dérivable sur $\mathbb{R}$. On a, pour tout réel x,

$$f'(x) = 6x^2 - 30x + 36 = 6(x^2 - 5x + 6) = 6(x-2)(x-3).$$

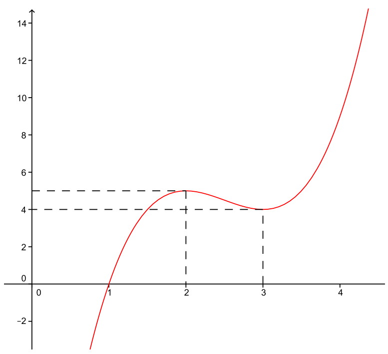
Par ailleurs, on a $f(2) = 5$, $f(3) = 4$,

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x^3 \left(2 - \frac{15}{x} + \frac{36}{x^2} - \frac{23}{x^3}\right) = +\infty \text{ et de même } \lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty.$$

On en déduit le tableau de variation suivant.

	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$x-2$		$-$	0	$+$		$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
f	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

On est alors en mesure de donner une représentation graphique de la courbe représentative de la fonction f.



• Les fonctions ln et $x \mapsto \frac{1}{x}$ sont définies et dérivables sur $]0, +\infty[$ donc, en tant que produit de fonctions dérivables, la fonctions g est définie et dérivable sur $]0, +\infty[$. Pour tout réel $x > 0$, en appliquant la formule de dérivation d'un quotient, on obtient

$$g'(x) = \frac{\frac{1}{x}x - \ln x}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2}.$$

On a $1 - \ln x \geqslant 0 \Leftrightarrow \ln x \leqslant 1 \Leftrightarrow x \leqslant e$. Par ailleurs, on a $g(e) = \frac{1}{e}$ et d'après les croissances comparées (admis aujourd'hui), on sait que $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ et on a

$$\lim_{x \to 0^+} \ln x = -\infty, \quad \lim_{x \to 0^+} x = 0^+ \text{ donc } \lim_{x \to 0^+} \frac{\ln x}{x} = -\infty.$$

On en déduit le tableau de variation suivant :

	0		e		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
g	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{e}$	$\searrow$	0

On est alors en mesure de donner une représentation graphique de la courbe représentative de la fonction g.