

## CHAPITRE XXII : DÉNOMBREMENT

## Correction

- a) Il faut choisir 4 cases parmi les 24 pour positionner les cases noires donc le nombre de grilles possibles est

$$\binom{24}{4} = 10626.$$

- b) On commence par dénombrer le nombre de grilles sans aucun coin noir. Pour construire une telle grille, il suffit de choisir 4 cases parmi les  $24 - 4$  (sans les coins) pour positionner les cases noires donc le nombre de grilles possibles sans case noire dans les coins est

$$\binom{20}{4}.$$

Par conséquent, le nombre de grilles avec au moins un coin noirci est

$$\binom{24}{4} - \binom{20}{4} = 5781.$$

- c) Pour construire une grille avec exactement deux coins noircis, on commence par choisir les 2 coins parmi les 4 qui seront noircis puis on choisit les 2 cases parmi les 20 restantes qui ne sont pas des coins et qui seront également noircies. Par conséquent, le nombre de grilles avec exactement deux coins noircis est

$$\binom{4}{2} \binom{20}{2} = \frac{4 \times 3}{2} \frac{20 \times 19}{2} = 6 \times 190 = 1140.$$

- d) Pour construire une grille avec exactement une case noire par colonne, on a 6 choix possibles pour placer la première case noire dans la première colonne, puis 6 choix possibles pour placer la deuxième case noire dans la deuxième colonne, 6 choix possibles pour placer la troisième case noire dans la troisième colonne et enfin 6 choix possibles pour placer la dernière case noire dans la dernière colonne. Par conséquent, le nombre de grilles avec exactement une case noire par colonne est

$$6^4 = 1296.$$

- e) Pour construire une grille avec exactement une case noire par colonne et au plus une case noire par ligne, on a 6 choix possibles pour placer la première case noire dans la première colonne, puis 5 choix possibles pour placer la deuxième case noire dans la deuxième colonne, 4 choix possibles pour placer la troisième case noire dans la troisième colonne et enfin 3 choix possibles pour placer la dernière case noire dans la dernière colonne. Par conséquent, le nombre de grilles avec exactement une case noire par colonne et au plus une par ligne est

$$6 \times 5 \times 4 \times 3 = \frac{6!}{2!} = 360.$$