

## CHAPITRE XXII : DÉNOMBREMENT

## Correction

- a) Vrai. En notant  $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ , l'ensemble  $f(A)$  s'écrit sous la forme  $f(A) = \{f(a_1), \dots, f(a_n)\}$  avec peut-être des répétitions, mais toujours est-il que  $f(A)$  est fini.
- b) Faux. Il suffit de considérer une fonction constante sur  $\mathbb{R}$ .
- c) Idem que pour le point précédent.
- d) Faux. Il suffit de considérer n'importe quelle fonction définie sur un ensemble fini et à valeurs dans un ensemble infini. Par exemple,  $f : \{1, 2\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto x$  et  $B = \mathbb{R}$ . On a  $f^{-1}(\mathbb{R}) = \{x \in \{1, 2\} : f(x) \in \mathbb{R}\} = \{1, 2\}$ . On peut également considérer la fonction carrée  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par  $F(x) = x^2$  avec  $B = ]-\infty, 0]$ . On a  $F^{-1}(B) = \{0\}$  qui est une partie finie avec  $B$  qui est une partie infinie de  $\mathbb{R}$ .