CHAPITRE XV : ESPACES VECTORIELS
Correction

On procède par double inclusion.
◇ (Regarder la deuxième et la troisième composante pour trouver les relations qui suivent) On a

$$\begin{aligned}(2,3,-1) &= \frac{3}{7}(3,7,0)+\frac{1}{7}(5,0,-7)) \in \mathrm{Vect}((3,7,0),(5,0,-7)) \\ \text{et } (1,-1,-2) &= \frac{-1}{7}(3,7,0)+\frac{2}{7}(5,0,-7) \in \mathrm{Vect}((3,7,0),(5,0,-7)).\end{aligned}$$

Ainsi, $\mathrm{Vect}((3,7,0),(5,0,-7))$ est un sev de $\mathbb{R}^3$ qui contient $(2,3,-1)$ et $(1,-1,-2)$ donc il contient $\mathrm{Vect}((2,3,-1),(1,-1,-2))$, ie

$$\mathrm{Vect}((2,3,-1),(1,-1,-2)) = \mathrm{Vect}((3,7,0),(5,0,-7)).$$

◇ On a

$$\begin{aligned}(3,7,0) &= 2(2,3,-1)-(1,-1,-2) \in \mathrm{Vect}((2,3,-1),(1,-1,-2)) \\ \text{et } (5,0,-7) &= (2,3,-1)+3(1,-1,-2) \in \mathrm{Vect}((2,3,-1),(1,-1,-2)).\end{aligned}$$

Ainsi $\mathrm{Vect}((2,3,-1),(1,-1,-2))$ est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$ qui contient $(3,7,0)$ et $(5,0,-7)$ donc il contient $\mathrm{Vect}((3,7,0),(5,0,-7))$, ie

$$\mathrm{Vect}((3,7,0),(5,0,-7)) \subset \mathrm{Vect}((2,3,-1),(1,-1,-2)).$$

Par double inclusion, on a $\mathrm{Vect}((2,3,-1),(1,-1,-2)) = \mathrm{Vect}((3,7,0),(5,0,-7))$.