

**CHAPITRE XIII : DÉRIVABILITÉ**

## Correction

Par définition des racines  $n^{\text{ième}}$  de l'unité, on a  $(a + ib)^n = 1$ . Dès lors, pour tout réel  $x$ , on a

$$f^{(n)}(x) = \operatorname{Re} \left[ e^{ax} e^{ibx} \right]^{(n)} = \operatorname{Re} \left[ (e^{(a+ib)x})^{(n)} \right] = \operatorname{Re} \left[ (a + ib)^n e^{(a+ib)x} \right] = \operatorname{Re} \left[ e^{(a+ib)x} \right] = e^{ax} \cos(bx).$$

Ainsi, pour tout réel  $x$ , on a  $f^{(n)}(x) = f(x)$ , ie  $f^{(n)} = f$ .