

CHAPITRE X : CONTINUITÉ

Correction

Soit P la fonction polynomiale définie sur \mathbb{R} par $P(x) = x^3 + x^2 - 4x + 1$. On a $P(0) = 1$ et $P(1) = -1$. La fonction $P : x \mapsto x^3 + x^2 - 4x + 1$ étant continue sur \mathbb{R} , grâce au théorème des valeurs intermédiaires,

$$\exists a \in]0, 1[, \quad P(a) = 0.$$

On a $P(1) = -1$ et $P(2) = 5$. Grâce au théorème des valeurs intermédiaires,

$$\exists b \in]1, 2[, \quad P(b) = 0.$$

On a $P(0) = 1$ et $P(-3) = -5$. Grâce au théorème des valeurs intermédiaires,

$$\exists c \in]-3, 0[, \quad P(c) = 0.$$

L'équation $x^3 + x^2 - 4x + 1 = 0$ admet au moins trois racines réelles.