

CHAPITRE II : NOMBRES COMPLEXES

Correction

On a $|1 + i\sqrt{3}| = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$ donc

$$1 + i\sqrt{3} = 2 \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 2e^{i\frac{\pi}{3}} = e^{\ln 2} e^{i\frac{\pi}{3}} = e^{\ln 2 + i\frac{\pi}{3}}.$$

Par conséquent, on obtient

$$\begin{aligned} e^{2z} = 1 + i\sqrt{3} &\Leftrightarrow e^{2z} = e^{\ln 2 + i\frac{\pi}{3}} \Leftrightarrow 2z - \left(\ln 2 + i\frac{\pi}{3} \right) \in 2i\pi\mathbb{Z} \\ &\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z}, 2z = \ln 2 + i\frac{\pi}{3} + 2ik\pi \\ &\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z}, z = \frac{\ln 2}{2} + i\frac{\pi}{6} + ik\pi. \end{aligned}$$