

## CHAPITRE II : NOMBRES COMPLEXES

## Correction

On a

$$1 + i = \sqrt{2} \left( \frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}}.$$

Par conséquent, en appliquant la formule de Moivre, on obtient

$$(1 + i)^n = (\sqrt{2})^n (e^{i\frac{\pi}{4}})^n = (\sqrt{2})^n e^{in\frac{\pi}{4}}.$$

Il s'ensuit

$$(1 + i)^n \in \mathbb{R} \Leftrightarrow e^{in\frac{\pi}{4}} \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z}, n\frac{\pi}{4} = k\pi \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z}, n = 4k \Leftrightarrow n \text{ est un multiple de } 4.$$