

CHAPITRE I : FONCTIONS USUELLES

Correction

On a

$$\begin{aligned}\operatorname{ch}(a)\operatorname{ch}(b) + \operatorname{sh}(a)\operatorname{sh}(b) &= \frac{e^a + e^{-a}}{2} \frac{e^b + e^{-b}}{2} + \frac{e^a - e^{-a}}{2} \frac{e^b - e^{-b}}{2} \\ &= \frac{e^{a+b} + e^{a-b} + e^{-a+b} + e^{-(a+b)}}{4} + \frac{e^{a+b} - e^{a-b} - e^{-a+b} + e^{-(a+b)}}{4} \\ &= \frac{e^{a+b} + e^{-(a+b)}}{2} = \operatorname{ch}(a+b)\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}\operatorname{ch}(a)\operatorname{sh}(b) + \operatorname{sh}(a)\operatorname{ch}(b) &= \frac{e^a + e^{-a}}{2} \frac{e^b - e^{-b}}{2} + \frac{e^a - e^{-a}}{2} \frac{e^b + e^{-b}}{2} \\ &= \frac{e^{a+b} - e^{a-b} + e^{-a+b} - e^{-(a+b)}}{4} + \frac{e^{a+b} + e^{a-b} - e^{-a+b} - e^{-(a+b)}}{4} \\ &= \frac{e^{a+b} - e^{-(a+b)}}{2} = \operatorname{sh}(a+b).\end{aligned}$$