

CHAPITRE 0 : RENTRÉE

Correction

a) On a $a^2 = x^2 - 2x\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2$ donc

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = a^2 + 2.$$

b) On a $a^3 = x^3 - 3x^2\frac{1}{x} + 3x\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} = x^3 - \frac{1}{x^3} - 3\left(x - \frac{1}{x}\right) = x^3 - \frac{1}{x^3} - 3a$ donc

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = a^3 + 3a = a(a^2 + 3).$$

c) On a $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = x^4 + 2 + \frac{1}{x^4}$ d'une part, et d'autre part, on a déjà vu également $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = (a^2 + 2)^2$ donc

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = (a^2 + 2)^2 - 2 = a^4 + 4a^2 + 2.$$