CHAPITRE 0 : RENTRÉE

Correction

a) On a

$$\frac{1}{x} > -1 \Leftrightarrow \frac{1}{x} + 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{1+x}{x} > 0.$$

À l'aide d'un tableau de signes, on obtient :

	$-\infty$	-1		0	$+\infty$
$1+x$	$-$	0	$+$		$+$
x	$-$		$-$	0	$+$
$\frac{1+x}{x}$	$+$	0	$-$	$\|$	$+$

Par conséquent, il vient

$$\frac{1}{x} > -1 \Leftrightarrow x \in]-\infty, -1[\cup]0, +\infty[.$$

b) On a

$$0 \leqslant \frac{x-1}{x+1} \leqslant 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x-1}{x+1} \geqslant 0 \\ \frac{x-1}{x+1} - 1 \leqslant 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x-1}{x+1} \geqslant 0 \\ \frac{-2}{x+1} \leqslant 0 \end{cases}.$$

À l'aide de tableaux de signes, on obtient :

	$-\infty$	-1		1	$+\infty$
$x-1$	$-$		$-$	0	$+$
$x+1$	$-$	0	$+$		$+$
$\frac{x-1}{x+1}$	$+$	$\|$	$-$	0	$+$

	$-\infty$	-1	$+\infty$
$x+1$	$-$	0	$+$
$\frac{-2}{x+1}$	$+$	$\|$	$-$

Il s'ensuit

$$0 \leqslant \frac{x-1}{x+1} \leqslant 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \in]-\infty, -1[\cup [1, +\infty[\\ x \in [-1, +\infty[\end{cases} \Leftrightarrow x \in [1, +\infty[.$$